

Correction

Pondichéry - Avril 2014

Exercice 1

1. $3\ 003 = 20 \times 150 + 3$ et $3\ 731 = 20 \times 186 + 17$

Il restera 3 dragées au chocolat et 17 dragées aux amandes soit 20 dragées

2.a $3\ 003 = 90 \times 33 + 33$ et $3\ 731 = 90 \times 41 + 41$

Dans ce cas il reste 33 dragées au chocolat et 41 dragée aux amandes soit 74 dragées, c'est pire que dans le premier cas !

2.b Calculons le $PGCD(3\ 003; 3\ 731)$ par l'algorithme d'Euclide :

$$3\ 731 = 3\ 003 \times 1 + 728$$

$$3\ 003 = 728 \times 4 + 91$$

$$728 = 91 \times 8$$

Donc $PGCD(3\ 003; 3\ 731) = 91$

$$3\ 003 = 91 \times 33 \text{ et } 3\ 731 = 91 \times 41$$

Ils feront 91 ballotins contenant 33 dragées au chocolat et 44 dragées aux amandes

Exercice 2

1. $(-5)^2 = 25$ donc $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ Réponse C

2. Deux surfaces de même aire ne sont pas superposables.

Par exemple un carré de 4 cm de côté et un rectangle de 8 cm de longueur par 2 cm de largeur ont la même aire 16 cm² mais ne sont pas superposables !

Deux surfaces de même aire n'ont par le même périmètre.

L'exemple précédent montre un carré dont le périmètre vaut $4 \times 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$ et un rectangle dont le périmètre est $2 \times (8 \text{ cm} + 2 \text{ cm}) = 20 \text{ cm}$ et qui pourtant ont la même aire.

Cela prouve que deux surfaces de même aire n'ont pas forcément le même périmètre.

Réponse C

3. $f(x) = 3x - (2x + 7) + (3x + 5) = 3 - 2x - 7 + 3x + 5 = x + 1$

f est une fonction affine. Réponse A

4. Le hasard n'a pas de mémoire ! Les numéros déjà sortis au Loto ont la même chance de ressortir que les autres.

Même si vous avez fait 10 fois piles à la suite en lançant une pièce de monnaie équilibrée, la probabilité de faire face la onzième fois reste la même à savoir une chance sur deux !

Réponse C

5. $(x-1)^2 - 16 = (x-1)^2 - 4x^2 = [(x-1) + 4][(x-1) - 4] = (x-1+4)(x-1-4) = (x+3)(x-5)$

Réponse A

Exercice 3 Notons n l'entier choisi au départ.

Ce programme de calcul revient à faire : $n + 3$, $7(n + 3)$ puis $3n + 7(n + 3)$ et enfin $3n + 7(n + 3) - 21$.

Réduisons cette expression : $3n + 7(n + 3) - 21 = 3n + 7n + 21 - 21 = 10n$

10n est toujours un multiple de 10. C'est donc vrai !

Exercice 4

Étude du parcours ACDA

ACD est un triangle rectangle en C

D'après le **théorème de Pythagore** dans le triangle ACD rectangle en C :

$$CD^2 + CA^2 = AD^2$$

$$1,05^2 + 1,4^2 = AD^2$$

$$1,1025 + 1,96 = AD^2$$

$$AD^2 = 3,0625$$

$$AD = \sqrt{3,0625}$$

$$AD = 1,75$$

$$1,05 \text{ km} + 1,4 \text{ km} + 1,75 \text{ km} = 4,2 \text{ km.} \quad \boxed{\text{La parcours ACDA mesure } 4,2 \text{ km}}$$

Étude du parcours AEFA

Dans le triangle AEF, $E' \in [AE]$ et $F' \in [AF]$

Comme $(E'F') \parallel (EF)$ d'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AE'}{AE} = \frac{AF'}{AF} = \frac{E'F'}{EF}$$

$$\frac{0,5}{1,3} = \frac{AF'}{1,6} = \frac{0,4}{EF}$$

$$\text{Donc } EF = \frac{0,4 \times 1,3}{0,5} = 1,04$$

$$1,3 \text{ km} + 1,04 \text{ km} + 1,6 \text{ km} = 3,94 \text{ km.} \quad \boxed{\text{Le parcours AEFA mesure } 3,94 \text{ km}}$$

$\boxed{\text{Le parcours AEFA est plus proche des } 4 \text{ km attendus}}$

PS : Attention la donnée de l'angle \hat{A} ne servait à rien. Pour utiliser la trigonométrie il aurait fallu que AEF soit rectangle. Or on ne le sait pas !

A posteriori en utilisant rapidement la réciproque de Pythagore on constate que ce triangle n'est en effet pas rectangle :

$$1,3^2 + 1,04^2 = 2,7716 \text{ et } 1,6^2 = 2,56$$

Exercice 5

1. La partie cylindrique a pour volume :

$$\pi \times (5 \text{ cm})^2 \times 15 \text{ cm} = \boxed{375\pi \text{ cm}^3 \approx 1178 \text{ cm}^3}$$

$$2.a \quad V_1 = \frac{\pi \times (5 \text{ cm})^2 \times 6 \text{ cm}}{3} = \boxed{50\pi \text{ cm}^3}$$

2.b Le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient $\frac{2 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = \frac{1}{3}$

Son volume est donc $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ fois celui du grand, c'est à dire 27 fois plus petit.

Le volume du petit cône est donc $\frac{V_1}{27} = \frac{50\pi}{27} \text{ cm}^3$.

$$\text{Ainsi } V_2 = V_1 - \frac{50\pi}{27} = 50\pi - \frac{50\pi}{27} = \frac{1350\pi}{27} - \frac{50\pi}{27} = \boxed{\frac{1300\pi}{27}}$$

3. Le graphique 4 ne convient pas car pour $h = 0$ il indique $V(0) \approx 150 \text{ cm}^3$. Or quand il n'y a pas d'eau le volume est égal à 0.

Le graphique 2 ne convient pas car pour $h > 15$ le volume diminue. C'est impossible ! Le volume d'eau augmente toujours quand la hauteur augmente.

Jusqu'à $h = 15 \text{ cm}$, on remplit le cylindre jusqu'à $1\,178 \text{ cm}^3$. Ensuite on remplit le tronc de cône dont le volume vaut approximativement $\frac{1\,300\pi}{27} \approx 151 \text{ cm}^3$. Le volume total du bidon est donc d'environ $1\,178 \text{ cm}^3 + 151 \text{ cm}^3 = 1\,328 \text{ cm}^3$. Le graphique 3 ne convient pas car le volume maximale est d'environ $2\,500 \text{ cm}^3$

$\boxed{\text{La graphique 1 correspond à la situation de l'exercice !}}$

Exercice 6

1. La formule la plus simple est $\boxed{=\text{SOMME}(B2 :N2)}$

On pouvait aussi écrire $B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2+J2+K2+L2+M2+N2$

2.a La moyenne pondérée de cette série est :

$$\frac{1 \times 8 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + 4 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 3 + 11 \times 1 + 13 \times 2 + 14 \times 1 + 15 \times 1 + 18 \times 1 + 32 \times 1 + 40 \times 1}{26} = \frac{205}{26} \approx \boxed{8}$$

2.b L'effectif total est 26, il faut chercher le 13^e et le 14^e.

Le 13^e et le 14^e ont 4 médailles.

$\boxed{\text{La médiane de la série est } 4 \text{ médailles}}$

2.c La médiane et la moyenne sont très différentes car 2 pays, la France et l'Italie ont a eux seuls 32 et 40 médailles tandis que 8 pays n'ont eu qu'une médaille : c'est ce qui déséquilibre cette série.

$\boxed{\text{Cet écart illustre l'hétérogénéité de cette série !}}$

3. Il y a 26 pays ce qui représente 70% de l'ensemble de pays médaillés.

Si on note x le nombre total de pays médaillés, on a donc :

$$0,70x = 26 \text{ d'où } x = \frac{26}{0,70} \approx 37$$

$$37 - 26 = 11$$

$\boxed{\text{Il y a environ } 11 \text{ pays qui n'ont obtenus qu'une médaille d'argent ou de bronze !}}$