

Sujet de mathématiques du brevet des collèges

MÉTROPOLE - ANTILLES - GUYANE

Juin 2014

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée

Indication portant sur l'ensemble du sujet

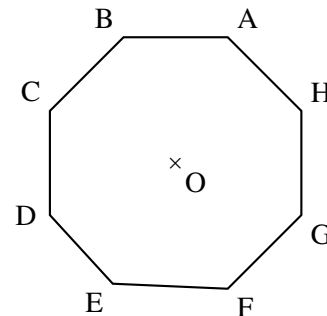
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 1

5 points

Voici un octogone régulier ABCDEFGH.

1. Représenter un agrandissement de cet octogone en l'inscrivant dans un cercle de rayon 3 cm. Aucune justification n'est attendue pour cette construction.
2. Démontrer que le triangle DAH est rectangle.
3. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BEH} .



EXERCICE 2

6 points

Léa a besoin de nouveaux cahiers. Pour les acheter au meilleur prix, elle étudie les offres promotionnelles de trois magasins. Dans ces trois magasins, le modèle de cahier dont elle a besoin a le même prix avant promotion.

Magasin A

Cahier à l'unité ou lot de 3 cahiers pour le prix de 2.

Magasin B

Pour un cahier acheté, le deuxième à moitié prix.

Magasin C

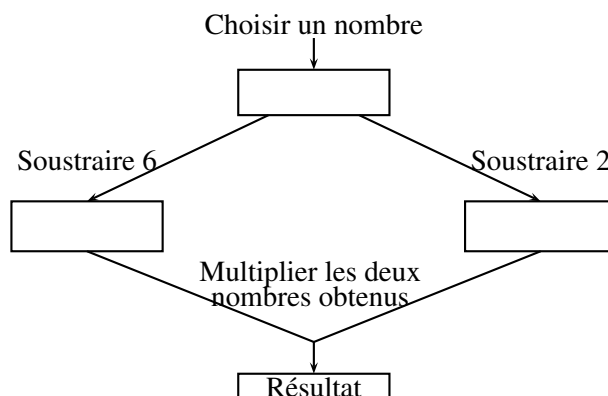
30 % de réduction sur chaque cahier acheté.

1. Expliquer pourquoi le magasin C est plus intéressant si elle n'achète qu'un cahier.
2. Quel magasin doit-elle choisir si elle veut acheter :
 - (a) deux cahiers ?
 - (b) trois cahiers ?
3. La carte de fidélité du magasin C permet d'obtenir 10 % de réduction sur le ticket de caisse, y compris sur les articles ayant déjà bénéficié d'une première réduction.
Léa possède cette carte de fidélité, elle l'utilise pour acheter un cahier. Quel pourcentage de réduction totale va-t-elle obtenir ?

EXERCICE 3

5 points

Voici un programme de calcul :



1. Montrer que si on choisit 8 comme nombre de départ, le programme donne 12 comme résultat.
2. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Proposition 1 : Le programme peut donner un résultat négatif.

Proposition 2 : Si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, le programme donne $\frac{33}{4}$ comme résultat.

Proposition 3 : Le programme donne 0 comme résultat pour exactement deux nombres.

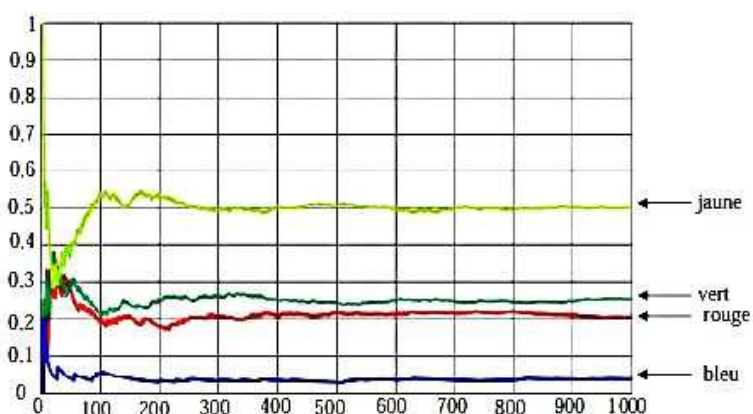
Proposition 4 : La fonction qui, au nombre choisi au départ, associe le résultat du programme est une fonction linéaire.

EXERCICE 4

3 points

Un sac contient 20 jetons qui sont soit jaunes, soit verts, soit rouges, soit bleus. On considère l'expérience suivante : tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

1. Le professeur, qui connaît la composition du sac, a simulé un grand nombre de fois l'expérience avec un tableur. Il a représenté ci-dessous la fréquence d'apparition des différentes couleurs après 1 000 tirages.



- (a) Quelle couleur est la plus présente dans le sac ? Aucune justification n'est attendue.
- (b) Le professeur a construit la feuille de calcul suivante :

	A	B	C
1	Nombre de tirages	Nombre de fois où un jeton rouge est apparu	Fréquence d'apparition de la couleur rouge
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	1	0,166 666 667
8	7	1	0,142 857 143
9	8	1	0,125
10	9	1	0,111 111 111
11	10	1	0,1

Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2 avant de la recopier vers le bas ?

2. On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de $\frac{1}{5}$.
Combien y a-t-il de jetons rouges dans ce sac ?

EXERCICE 5

4 points

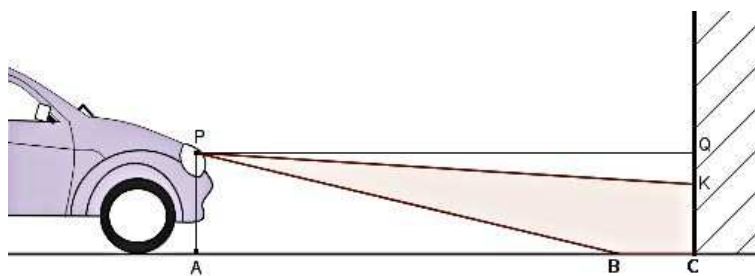
Dans ce questionnaire à choix multiple, pour chaque question, des réponses sont proposées, une seule est exacte. Pour chacune des questions, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

Questions	Propositions
Question 1 Quand on double le rayon d'une boule, son volume est par : multiplié	a. 2 b. 4 c. 6 d. 8
Question 2 Une vitesse égale à 36 km.h ⁻¹ correspond à :	a. 10 m.s ⁻¹ b. 60 m.s ⁻¹ c. 100 m.s ⁻¹ d. 360 m.s ⁻¹
Question 3 Quand on divise $\sqrt{525}$ par 5, on obtient :	a. $21\sqrt{5}$ b. $5\sqrt{21}$ c. $\sqrt{21}$ d. $\sqrt{105}$
Question 4 On donne : 1To (téraoctet) = 1 012 octets et 1 Go (gigaoctet) = 109 octets. On partage un disque dur de 1,5 To en dossiers de 60 Go chacun. Le nombre de dossiers obtenus est égal à :	a. 25 b. 1 000 c. 4×10^{22} d. $2,5 \times 10^{19}$

EXERCICE 6

6 points

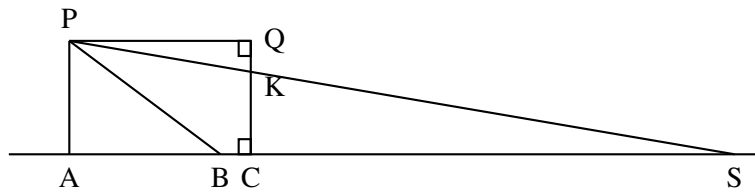
Pour savoir si les feux de croisement de sa voiture sont réglés correctement, Pauline éclaire un mur vertical comme l'illustre le dessin suivant :



Pauline réalise le schéma ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) et relève les mesures suivantes :

PA = 0,65 m, AC = QP = 5 m et CK = 0,58 m.

P désigne le phare, assimilé à un point.



Pour que l'éclairage d'une voiture soit conforme, les constructeurs déterminent l'inclinaison du faisceau. Cette inclinaison correspond au rapport $\frac{QK}{QP}$. Elle est correcte si ce rapport est compris entre 0,01 et 0,015.

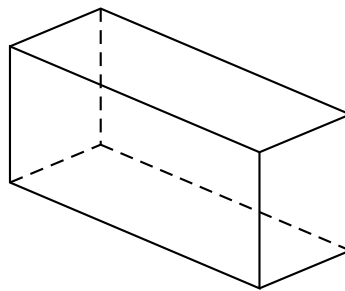
1. Vérifier que les feux de croisement de Pauline sont réglés avec une inclinaison égale à 0,014.
2. Donner une mesure de l'angle \widehat{QPK} correspondant à l'inclinaison. On arrondira au dixième de degré.
3. Quelle est la distance AS d'éclairage de ses feux ? Arrondir le résultat au mètre près.

EXERCICE 7

7 points

Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques.

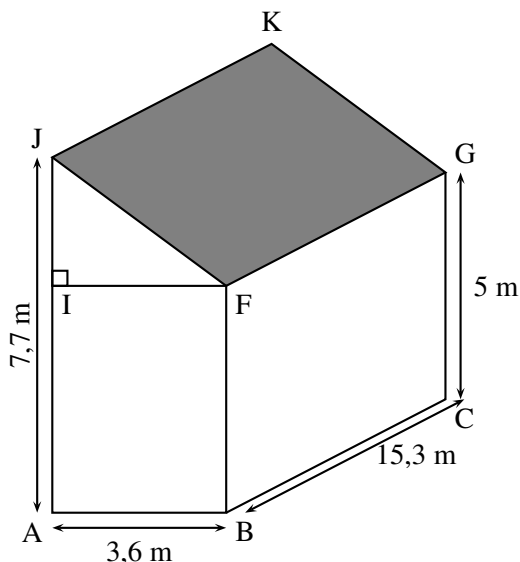
Information 1 : Dimensions des bottes de paille : 90 cm × 45 cm × 35 cm.



Information 2 : Le prix de la paille est de 40 € par tonne.

Information 3 : 1 m³ de paille a une masse de 90 kg.

1. Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51 € (arrondi au centime).
2. Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de paille parallélépipédiques. Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous.



Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur.

Pour calculer le nombre de bottes de paille qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.

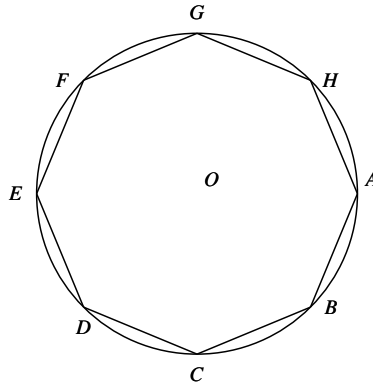
- (a) Combien de bottes devra-t-il commander ?
- (b) Quel est le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

Correction

MÉTROPOLE - ANTILLES - GUYANE - Juin 2014

Exercice 1

1.



2. Calculons l'angle au centre \widehat{AOB} dans l'octogone régulier $ABCDEFGH$.

$$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$\text{Ainsi } \widehat{DOH} = \widehat{DOC} + \widehat{COB} + \widehat{BOA} + \widehat{AOH}$$

$$\widehat{DOH} = 45^\circ + 45^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

Ainsi les points D , O et H sont alignés et $[DH]$ est donc un diamètre du cercle.

Si le cercle circonscrit à un triangle admet pour diamètre l'un des côtés de ce triangle alors ce triangle est rectangle.

Le triangle DAH est inscrit dans le cercle de diamètre $[DH]$ donc $\boxed{DAH \text{ est rectangle en } A}$

3. L'angle \widehat{BEH} est un angle inscrit dans le cercle qui intercepte le même arc que l'angle au centre \widehat{BOH} .

Or pour les raisons évoqués dans la question 2. $\widehat{BOH} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

Si dans un cercle un angle inscrit intercepte le même arc qu'un angle au centre alors cet angle inscrit vaut la moitié de cet angle au centre.

$$\text{Donc } \boxed{\widehat{BEH} = 45^\circ}$$

Exercice 2

1. Si on achète un seul cahier alors dans les magasins A et B on paye le prix normal. Dans le magasin C on paye 30% de moins.

$\boxed{\text{Le magasin } C \text{ est donc le plus intéressant pour l'achat d'un seul cahier.}}$

2.a Si on achète deux cahiers dans le magasin A alors on paye le prix de deux cahiers même si on a le troisième pour ce prix. Si on achète deux cahiers dans le magasin B alors on paye une fois et demi le prix. Si le prix est x alors on paye $1,5x$

Dans le magasin C on paye $x - 0,30x = 0,70x$ par cahier soit $2 \times 0,70x = 1,40x$

Comme $1,40x < 1,5x$ $\boxed{\text{le magasin } C \text{ est le plus intéressant pour l'achat de deux cahiers.}}$

2.b Pour trois cahiers on paye $2x$ dans le magasin A .

On paye $1,5x + x = 2,5x$ dans le magasin B c'est à dire un cahier et demi plus un cahier.

On paye $3 \times 0,70x = 2,1x$

$\boxed{\text{Pour l'achat de 3 cahiers le magasin } A \text{ est le moins cher.}}$

3. Il faut calculer 10% des 30% de x .

Soit $(1 - 0,10)(1 - 0,30)x = 0,90 \times 0,70x = 0,63x$

Or $0,63 = 1 - 0,37$

$\boxed{\text{Le pourcentage de réduction est } 37\%}$

Exercice 3

1. Avec 8 comme nombre de départ, on a : $8 - 6 = 2$ et $8 - 2 = 6$ puis $2 \times 6 = 12$

$\boxed{\text{Le résultat avec 8 est } 12}$

2.

Proposition 1 : Oui le programme peut donner un nombre négatif, il suffit de multiplier un négatif par un positif.

Par exemple pour 5 : $5 - 6 = -1$ et $5 - 2 = 3$ puis $-1 \times 3 = -3$

$\boxed{\text{Proposition 1 : Vraie}}$

Proposition 2 : Avec $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} - 6 = \frac{1}{2} - \frac{12}{2} = -\frac{11}{2}$

$$\text{Et } \frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Enfin } -\frac{11}{2} \times -\frac{3}{2} = \frac{33}{4}$$

$\boxed{\text{Proposition 2 : Vraie}}$

Proposition 3 : Si on pose x le nombre de départ le programme revient à faire $(x - 6)(x - 2)$

Il faut résoudre $(x - 6)(x - 2) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

Donc il y a exactement deux solutions : $x = 6$ et $x = 2$

$\boxed{\text{Proposition 3 : Vraie}}$

Proposition 4 : $(x - 6)(x - 2) = x^2 - 6x - 2x + 12 = x^2 - 8x + 12$

La fonction qui au nombre choisi au départ associe le résultat du programme n'est donc pas une fonction linéaire.

$\boxed{\text{Proposition 4 : Fausse}}$

Exercice 4

1.a $\boxed{\text{Le jaune est la couleur la plus présente dans le sac}}$

C' est la fréquence d'apparition la plus élevée avec environ 0,5.

1.b Cette feuille permet de calculer la fréquence d'apparition d'un jeton.

$\boxed{\text{La cellule C2 contient la formule } =B2/A2}$

2. La probabilité de tirer un jeton rouge est $\frac{1}{5}$

Si on note x le nombre de jetons rouges dans le sac cette probabilité vaut aussi $\frac{x}{20}$

Il faut donc que $\frac{x}{20} = \frac{1}{5}$ c'est à dire $x = 4$.

Il y a 4 jetons rouges dans ce sac.

Exercice 5

Question 1 : On sait que **Si les longueurs d'une figure sont multipliées par k alors son volume est multiplié par k^3**
Comme $2^3 = 8$

Question 1 : 8 réponse d

Question 2 : $36 \text{ kmh}^{-1} = 36\,000 \text{mh}^{-1}$ soit $36\,000 \text{ m}$ en $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$
Or $\frac{36\,000}{3\,600} = 10$

Question 2 : 10 ms^{-1} réponse a

Question 3 : $\frac{\sqrt{525}}{5} = \frac{\sqrt{25 \times 21}}{5} = \frac{5\sqrt{21}}{5} = \sqrt{21}$

Question 3 : $\sqrt{21}$ réponse c

Question 4 : $1,5 \text{ To} = 1,5 \times 10^{12} \text{ o} = 1\,500 \times 10^9 \text{ o} = 1\,500 \text{ Go}$
 $\frac{1\,500}{60} = 25$

Question 4 : 25 dossiers réponse a

Exercice 6

1. D'après le schéma, $PQCA$ est un quadrilatère ayant trois angles droits donc c'est un rectangle.

$QK = 0,65 \text{ m} - 0,58 \text{ m} = 0,07 \text{ m}$

Ainsi $\frac{QK}{QP} = \frac{0,07 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 0,014$

L'inclinaison des feux de croisement de Pauline est égale à 0,014

2. Le triangle QPK est rectangle en Q

Ainsi $\tan(\widehat{QPK}) = \frac{QK}{QP} = 0,014$

À la calculatrice on obtient $\widehat{QPK} \approx 0,8^\circ$ à $0,1^\circ$ près

3. Les droites (PQ) et (AS) sont parallèles car $PQCA$ est un rectangle.

On sait que **Si deux droites sont parallèles alors les angles alterne-interne sont égaux.**

Les angles \widehat{QPK} et \widehat{PSA} sont alterne-interne et égaux.

Dans le triangle PAS rectangle en A on a :

$\tan(\widehat{PSA}) = \frac{PA}{AS}$ et $\tan(\widehat{PSA}) = \tan(\widehat{QPK}) = 0,014$

Ainsi $\frac{PA}{AS} = 0,014$ d'où $AS = \frac{PA}{0,014} = \frac{0,65 \text{ m}}{0,014} \approx 46 \text{ m}$ à 1 m près.

Exercice 7

1. Le volume d'une botte de paille est $90 \text{ cm} \times 45 \text{ cm} \times 35 \text{ cm} = 141\,750 \text{ cm}^3 = 0,141\,75 \text{ m}^3$

Comme 1 m^3 de paille a une masse de 90 kg , une botte de paille a une masse de $0,141\,75 \times 90 \text{ kg} = 12,757\,7 \text{ kg}$

Or $1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg}$ de paille coûte 40€ , donc une botte de paille coûte $\frac{40}{1000} \times 12,757\,7 \text{ kg} \approx 0,51\text{€}$

2.a Il faut d'abord calculer les dimensions du rectangle qui correspond au toit.
Dans le triangle JIF rectangle en F , d'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$IJ^2 + IF^2 = JF^2$$

$$2,7^2 + 3,6^2 = JF^2$$

$$7,29 + 12,96 = JF^2$$

$$JF^2 = 20,25$$

$$JF = 4,5$$

Il faut donc couvrir un rectangle de $4,5 \text{ m} = 450 \text{ cm}$ sur $15,3 \text{ m} = 1\,530 \text{ cm}$ par des bottes de pailles de 90 cm sur 45 cm posé dans le sens de la hauteur 35 cm .

$$\frac{450 \text{ cm}}{45 \text{ cm}} = 10 \text{ et } \frac{1\,530 \text{ cm}}{90 \text{ cm}} = 17$$

Il faudra donc $10 \times 17 = 170$ bottes de pailles.

2.b $170 \times 0,51\text{€} = 86,70\text{€}$

L'isolation du toit va coûter $86,70\text{€}$